# משפט

יהי שדה סדור,

אזי

לכל

## הוכחה

לכל a או 0<a או a=0 a<0

ברור ש

ונניח אזי ולכן

לכל

לכל =>

לכל =>

כלומר ו וזה מש"ל

# משפט

השדה שמכיל אך ורק שני איברים אינו שדה סדור, ליתר הדיוק אי אפשר להגדיר שדה > על

## הוכחה

נניח ש הינו שדה סדור. ע"פ המשפט הקודם, על כן שכן אבל וזה מש"ל

באופן דומה אפשר להוכיח שאי אפשר להגדיר סדר על השדה כך שיהיה סדור

מספרים מרוכבים

# הוכחה

כיוון ש או או , אבל אם אזי

באותו אופן אם אזי ומגיעים לסתירה

אולי ?

# משפט

זאת אומרת לא קיימים מספרים טבעיים m,n כך ש

נעלה בריבוע =>

הטענה שלנו היא שלא קיימים מספרים טבעיים m,n כך ש

## הוכחה

אם m לא זוגי נכתוב ונציב ב:

נניח ש כאשר ונגיע לסתירה

אפשר להניח מראש שהשבר מצומצם(ז"א אין גורם משותף בין שניהם, לכן אחד מהם אי זוגי)

ולכן

לכן m זוגי.

n יצא זוגי, והסתירה מוכיחה את המשפט

שייך ל ולא ל ולכן בנקודה זו יהיה חור

יהי שדה סדור, ותהי . נגיד שחסומה מלעיל(מלמעלה)

אם קיים כך ש לכל

- לא חסום

- חסום מלמעלה

נגיד ש חסומה מלרע

אם קיים כך ש לכל

**אם חסומה מלרע ומלעיל היא חסומה**

# הגדרה

יהי שדה סדור ו ונגיד ש הינו החסם העליון של ונכתוב אם:

1. M הינו חסם מלעיל ל דהינו
2. אם אזי אינו חסם מלעיל ל
3. לכל קיים כך ש

נגיד ש הינו החסם העליון של ונכתוב

אם *M הינו חסם מלרע ל דהינו לכל*

ואם אזי אינו חסם מלרע ל

# הגדרה

יהי שדה סדור

נגיד ש שדה סדור שלם אם לכל

כך ש חסומה מלעיל קיים חסם עליון ב

אקסיומת השלמות

מקיים תכונה זו ו לא

הינו שדה סדור שלם לכל קבוצה כך ש חסומה מלעיל קיים ויש ל חסם עליון

# משפט

נניח שיש לנו שני שדות סדורים שלמים

אזי יש פונקציה חד חד ערכית מ על

כך ש

*רק אם*

חוק ארכימדס

יהי שדה סדור שלם

אזי קיים מספר טבעי כך ש

# הוכחה

נגיד שלא, כלומר לכל n. נסמן . אזי חסומה מלעיל ולכן(ע"פ הגדרת השלמות) יש לה חסם עליון בפרט כלומר ולכן לכל ולכן או לכל וזה לא יכול להיות כי